

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1.1. Статика.

Статикой называется раздел механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил.

Абсолютно твердое тело – это тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается постоянным.

Чтобы твердое тело под действием некоторой системы сил находилось в равновесии (в покое), необходимо, чтобы эти силы удовлетворяли определенным условиям равновесия данной системы сил.

Сила – это величина количественной меры механического взаимодействия материальных тел. Сила является величиной векторной. Ее действие на тело определяется:

- 1) численной величиной или модулем силы;
- 2) направлением силы;
- 3) точкой приложения силы.

Аксиомы статики

Аксиома 1. Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю ($F_1 = F_2$) и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны (рис. 1.1).

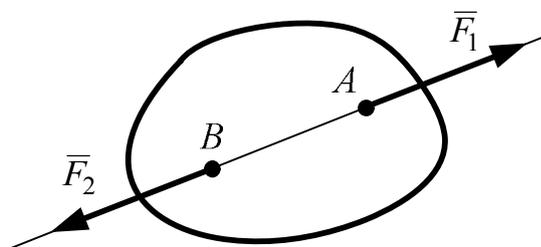


Рис. 1.1

Аксиома 2. Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил.

Следствие из первой и второй аксиом. Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку тела.

Аксиома 3. Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах (рис. 1.2).

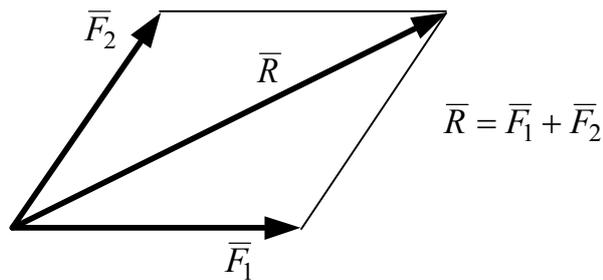


Рис. 1.2

Аксиома 4. При всяком действии одного материального тела на другое имеет место такое же по величине, но противоположное по направлению противодействие (рис.1.3).

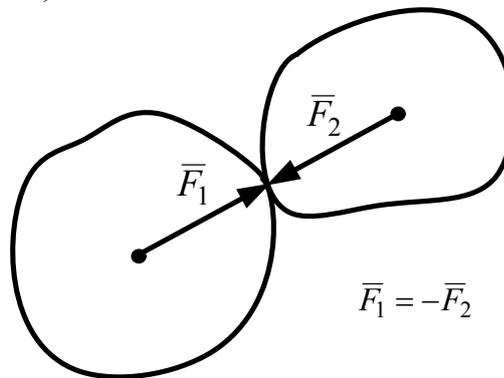


Рис. 1.3

Аксиома 5. Равновесие деформируемого тела, находящегося под действием данной системы сил, не нарушится, если тело считать абсолютно твердым.

Связи и их реакции

Все то, что ограничивает перемещение данного тела в пространстве, называется связью.

Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется *реакцией связи*.

1. Гладкая поверхность или опора. Реакция N гладкой поверхности или опоры направлена по общей нормали к поверхностям соприкасающихся тел в точке их касания и приложена в этой точке.

2. Нить. Реакция T натянутой нити направлена вдоль нити к точке ее подвеса.

3. Цилиндрический шарнир. Реакция R цилиндрического шарнира может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной к оси шарнира.

Аксиома связей. Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей.

Равновесие плоской системы сходящихся сил

Условиям равновесия статики удовлетворяют силы, действующие как на покоящееся тело, так и на тело, движущееся «по инерции».

В покое тело будет находиться лишь в том случае, если оно было в покое и до момента приложения к нему уравновешенных сил.

Для равновесия приложенной к твердому телу системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая сил была равна нулю.

Для равновесия плоской системы сходящихся сил, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую из двух координатных осей были равны нулю:

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0. \quad (1.1)$$

Теорема о трех силах. Если свободное твердое тело находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил должны пересекаться в одной точке.

Момент силы относительно центра или точки

Под действием силы твердое тело может наряду с поступательным перемещением совершать вращение вокруг того или иного центра.

Вращательный эффект силы характеризуется ее *моментом*.

Моментом силы F относительно центра O называется произведение модуля силы на длину плеча, взятое с соответствующим знаком.

$$m_0(F) = \pm Fh, \quad (1.2)$$

где h – плечо, т. е. перпендикуляр, опущенный из центра O на линию действия силы или наикратчайшее расстояние от центра до линии действия силы.

Правило знаков для момента

Момент имеет знак плюс, если сила стремится повернуть тело против хода часовой стрелки.

Момент имеет знак минус, если сила стремится повернуть тело по ходу часовой стрелки.

Основные свойства момента силы:

1. Момент силы не изменится при переносе точки приложения силы вдоль ее линии действия.

2. Момент силы относительно центра O равен нулю только тогда, когда сила равна нулю или когда линия действия силы проходит через центр O (плечо равно нулю).

Теорема Вариньона о моменте равнодействующей. Момент равнодействующей плоской системы сходящихся сил относительно любого

центра равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно того же центра.

На основании теоремы Вариньона можно записать еще одну форму условий равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\Sigma m_B(F_n) = 0; \quad \Sigma m_C(F_n) = 0, \quad (1.3)$$

где B и C – любые точки, не лежащие на одной прямой с точкой A , в которой сходятся силы.

Пара сил. Момент пары

Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил, действующих на абсолютно твердое тело.

Наикратчайшее расстояние (перпендикуляр) между линиями действия сил называется *плечом пары* a .

Действие пары сил на тело сводится к вращательному эффекту, который зависит:

- 1) от модуля F сил пары и длины ее плеча a ;
- 2) положения плоскости действия пары;
- 3) направления поворота в этой плоскости.

Моментом пары называется величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля одной из сил пары на ее плечо:

$$M = \pm Fa. \quad (1.4)$$

Момент пары будет считаться *положительным*, если пара стремится повернуть тело *против хода часовой стрелки*, и *отрицательным* – когда *по ходу часовой стрелки*.

Свойства пары сил:

- 1) данную пару, не изменяя оказываемого ею на тело действия, можно перенести куда угодно в плоскости действия пары;
- 2) у данной пары, не изменяя оказываемого ею на тело действия, можно произвольно менять модуль силы или длину плеча, сохраняя неизменным ее момент.

Система сил, как угодно расположенных в одной плоскости

Произвольная плоская система сил, действующих на абсолютно твердое тело, при приведении к произвольно взятому центру заменяется одной силой R , равной главному вектору системы и приложенной в центре приведения O , и одной парой с моментом M_0 , равным главному моменту системы относительно центра O .

Для равновесия любой плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия

$$R = 0; \quad M_0 = 0. \quad (1.5)$$

Из этих равенств вытекают следующие три формы условий равновесия для произвольной плоской системы сил.

Первая форма условий равновесия

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0; \quad \Sigma M_0(F_n) = 0. \quad (1.6)$$

Вторая форма условий равновесия

$$\Sigma m_A(F_n) = 0; \quad \Sigma m_B(F_n) = 0; \quad \Sigma F_x = 0. \quad (1.7)$$

Третья форма условий равновесия

$$\Sigma m_A(F_n) = 0; \quad \Sigma m_B(F_n) = 0; \quad \Sigma m_C(F_n) = 0. \quad (1.8)$$

Решение задач

Приступая к решению задач, прежде всего необходимо:

- 1) установить, равновесие какого именно тела следует рассмотреть в данной задаче;
- 2) выделить это тело и, рассматривая его как свободное, приложить к нему все действующие на тело силы и реакции отброшенных связей;
- 3) составить условия равновесия, применяя ту из форм этих условий, которая приводит к более простому решению.

Для получения более простых уравнений следует:

- 1) составляя уравнения проекций, проводить координатную ось перпендикулярно какой-нибудь неизвестной силе;
- 2) составляя уравнения моментов, брать центр моментов в точке, где пересекается больше неизвестных сил.

Решение многих задач статики сводится к определению реакций опор, с помощью которых закрепляются балки, рамы, мостовые фермы и т. д.

В технике чаще всего встречаются следующие три типа опорных закреплений.

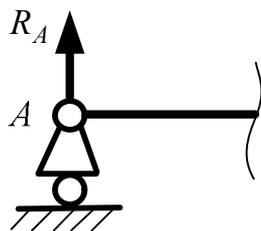
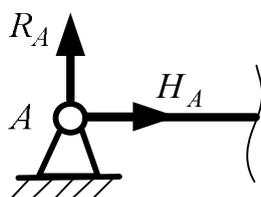


Рис. 1.4

1. Шарнирно подвижная опора (рис. 1.4).

Эта опора дает только одну опорную реакцию – R_A , которая направлена по общей нормали к поверхности опирания.



2. Шарнирно неподвижная опора.

Реакция N_A такой опоры направлена произвольно в плоскости. Для удобства решения задач ее раскладывают на две составляющие – R_A и H_A .

Рис. 1.5

$$N_A = \sqrt{R_A^2 + H_A^2}.$$

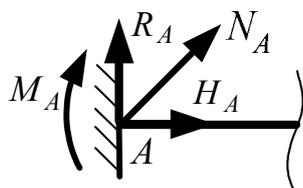


Рис. 1.6

3. Жесткая заделка.

Возникает реакция N_A , направленная произвольно в плоскости, и момент M_A . Реакцию N_A раскладывают на две составляющие $-R_A$ и H_A .

Вопросы для самопроверки

1. Какое тело называется абсолютно твердым?
2. Какие системы сил называются уравновешенными?
3. Что такое равнодействующая заданной системы сил?
4. Перечислите аксиомы статики.
5. Что такое заданные силы, реакции связей, давление на связь?
6. Как направлена реакция: а) гладкой поверхности; б) опоры катка; в) цилиндрического шарнира и подшипника; г) сферического шарнира и подпятника; д) жесткой заделки; е) нити, привязанной к телу и к опоре или перекинутой через блок?
7. Какие силы называются сходящимися?
8. Как складываются сходящиеся силы?
9. Запишите условия равновесия системы сходящихся сил в геометрической и аналитической формах.
10. Что называется парой сил?
11. Зависит ли действие пары сил на тело от ее места в плоскости?
12. Чему равен момент силы относительно точки?
13. Когда момент силы относительно точки равен нулю?
14. Как определить момент силы относительно оси?
15. Запишите условия равновесия произвольной плоской системы сил.