

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1.3. Динамика.

Динамика – это часть теоретической механики, в которой рассматривается движение материальной точки или тела под действием приложенных сил, а также устанавливается связь между приложенными силами и движением точек и тел.

Динамика делится на две части: 1) динамика материальной точки; 2) динамика материального тела.

Законы динамики

Первый закон – закон инерции. Изолированная от внешних взаимодействий материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока приложенные силы не заставят ее изменить это состояние.

Инертность – это свойство материальных тел быстрее или медленнее изменять скорость своего движения под действием приложенных сил.

Количественной мерой инертности данного тела является физическая величина, называемая массой тела m .

Масса – величина скалярная, положительная и постоянная для данного тела.

Второй закон – основной закон динамики (закон Ньютона). Произведение массы точки на ускорение, которое она получает под действием данной силы, равно по модулю этой силе, а направление ускорения совпадает с направлением силы:

$$F = m a . \quad (1.29)$$

На все тела действует сила тяжести G , численно равная весу тела.

$$G = m g, \quad m = \frac{G}{g}, \quad (1.30)$$

где g – это ускорение свободного падения. Для средних широт $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Третий закон – закон действия и противодействия. Всякому действию соответствует равное и противоположное противодействие.

Четвертый закон – закон независимости действия сил. Если на материальную точку действует несколько сил, то ускорение, получаемое точкой, будет такое же, как и при действии одной силы, равной геометрической сумме этих сил.

Две основные задачи динамики:

1-я задача – по заданному движению материальной точки определить силы, действующие на нее.

2-я задача – по заданным силам определить движение точки.

Для свободной материальной точки обе задачи динамики решаются с помощью уравнения (1.29).

Несвободную материальную точку можно рассматривать как свободную, отбросив связь и заменив ее действие реакцией этой связи N . На основании этого положения основной закон динамики можно записать в виде

$$m a = \Sigma F + N. \quad (1.31)$$

Силы инерции

Силой инерции движущейся материальной точки называют произведение массы точки на ее ускорение, взятое с обратным знаком:

$$F_{\text{ин}} = -m a. \quad (1.32)$$

Принцип Д'Аламбера. Если ко всем реально действующим на точки движущегося тела силам условно приложить силы инерции, то под действием всех этих сил тело можно рассматривать как бы находящимся в равновесии. Этот метод называется *методом кинестатики*.

Сила инерции всегда направлена в сторону, противоположную ускорению.

Сила инерции твердого тела определяется по формуле

$$F_{\text{ин}} = -M a_c, \quad (1.33)$$

где M – масса всего тела; a_c – ускорение центра тяжести тела.

Работа

Работой силы F при прямолинейном перемещении точки ее приложения называется произведение величины силы на величину перемещения и на косинус угла между направлением силы и направлением перемещения (рис. 1.7):

$$A = F S \cos \alpha. \quad (1.34)$$

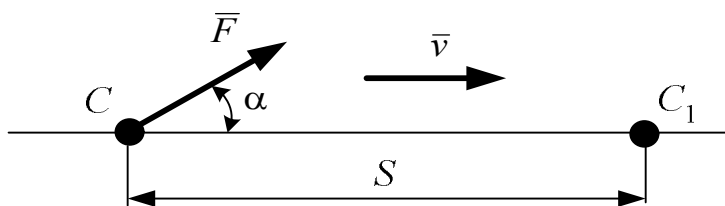


Рис. 1.7

Работа переменной силы при криволинейном движении определяется по формуле

$$dA = F dS \cos(\bar{F}, \bar{v}); \quad (1.35)$$

$$A = \int_{C_1}^{C_2} F dS \cos(\bar{F}, \bar{v}). \quad (1.36)$$

Работа силы тяжести

$$A = G H, \quad (1.37)$$

где H – вертикальное перемещение.

Работа упругой силы определяется по формуле

$$A = \frac{F_{\text{упр}} S}{2}, \quad (1.38)$$

где $F_{\text{упр}}$ – упругая сила пружины, определяется по формуле

$$F_{\text{упр}} = c S, \quad (1.39)$$

где S – перемещение точки приложения силы; c – коэффициент жесткости пружины.

Коэффициент полезного действия

Силы, приводящие машину в движение (движущие силы), совершают положительную работу.

Машина расходует накопленную энергию на совершение полезной работы, т. е. на преодоление работ сил полезных сопротивлений.

Работа сил полезных сопротивлений не может быть равной работе движущих сил, так как в машине имеются трение и другие вредные сопротивления.

Отношение работы сил полезных сопротивлений $A_{\text{пс}}$ к работе движущих сил $A_{\text{дс}}$ называется *коэффициентом полезного действия* η .

$$\eta = \frac{A_{\text{пс}}}{A_{\text{дс}}} \cdot 100 \%. \quad (1.40)$$

Мощность

Мощностью называется работа, совершаемая силой в течение единицы времени, т. е. мощность есть первая производная от работы по времени:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{F dS \cos \alpha}{dt}. \quad (1.41)$$

Если сила F совпадает с направлением движения ($\cos \alpha = 1$), то мощность определяется по формуле

$$P = F \frac{dS}{dt}; \quad P = F v. \quad (1.42)$$

Работа при вращательном движении определяется по формуле

$$A = T \varphi, \quad (1.43)$$

где φ – угол поворота, T – вращательный момент, вычисляется по формуле

$$T = FR, \quad (1.44)$$

где R – радиус траектории вращения.

Мощность при вращательном движении

$$P = T\omega, \quad (1.45)$$

где ω – угловая скорость.

Закон количества движения для материальной точки

Количеством движения материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы точки на ее скорость:

$$q = m\bar{v}. \quad (1.46)$$

Вектор количества движения по направлению совпадает со скоростью.

Импульс постоянной силы – это вектор, равный произведению силы на время ее действия и имеющий направление силы:

$$\bar{S} = \bar{F}(t_2 - t_1). \quad (1.47)$$

Количеством движения системы материальных точек называется геометрическая сумма количества движения всех точек, входящих в систему:

$$Q = \sum_{i=1}^n \bar{q}_i = \sum_{i=1}^n m_i \bar{v}_i. \quad (1.48)$$

Потенциальная и кинетическая энергии

Потенциальной энергией силы тяжести точки или тела в механике называется способность этого тела или точки совершать работу при опускании с некоторой высоты до уровня моря (до нулевого уровня).

$$П = GH, \quad (1.49)$$

где G – вес точки или тела; H – высота ее центра тяжести над уровнем моря.

Кинетическая энергия определяется способностью движущегося тела (или точки) совершать работу.

Для материальной точки кинетическая энергия равна половине произведения ее массы на квадрат скорости, т. е. $\frac{mv^2}{2}$.

Кинетическая энергия твердого тела или какой-либо механической системы определяется по формуле

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (1.50)$$

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела равна произведению половины квадрата скорости любой точки тела на массу тела:

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{M v_C^2}{2}, \quad (1.51)$$

где M – масса всего тела.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг оси, равна произведению половины квадрата угловой скорости тела на момент инерции тела относительно оси его вращения:

$$K = J_y \frac{\omega^2}{2}. \quad (1.52)$$

Момент инерции J_y тела относительно оси вращения определяется по формуле

$$J_y = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (1.53)$$

где r – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки. Величина переменная.

Кинетическая энергия при плоскопараллельном движении складывается из кинетической энергии поступательного движения вместе с центром тяжести тела и кинетической энергии вращательного движения вокруг этого центра:

$$K = \frac{M v^2}{2} + J_y \frac{\omega^2}{2}, \quad (1.54)$$

где v – скорость поступательного движения полюса; ω – угловая скорость вращения тела, не зависящая от выбора полюса.

Закон кинетической энергии для материальной точки

Изменение кинетической энергии материальной точки за некоторый промежуток времени равно работе равнодействующей всех сил, приложенных к точке на соответствующем перемещении:

$$\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = A. \quad (1.55)$$

Закон кинетической энергии для системы материальных точек

Изменение кинетической энергии системы материальных точек за некоторый промежуток времени равно сумме работ заданных сил, приложенных к системе на соответствующем перемещении:

$$K_2 - K_1 = \sum_{i=1}^n A_{F_i}. \quad (1.56)$$

Если трением в связях, наложенных на систему, нельзя пренебрегать, то в уравнении кинетической энергии надо учитывать работу сил трения.

Вопросы для самопроверки

1. Назовите основные законы движения материальной точки.
2. При каком условии точка движется по инерции?
3. Записать уравнение основного уравнения динамики материальной точки.
4. В чем заключается принцип Д'Аламбера?
5. Как найти работу постоянной силы при прямолинейном движении?
6. Чему равна работа силы тяжести?
7. Чему равна работа упругой силы?
8. Что называется коэффициентом полезного действия?
9. Что называется мощностью?
10. По какой формуле определяется мощность при прямолинейном движении?
11. По какой формуле определяется мощность при вращательном движении?
12. По какой формуле определяется потенциальная энергия тела?
13. По какой формуле определяется кинетическая энергия при плоскопараллельном движении тела?
14. Дать определение закона изменения кинетической энергии для системы материальных точек.