2. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

2.2. Кинематическое исследование плоских механизмов

Определение положений и перемещений звеньев графическим методом

Графическое изображение взаимного расположения звеньев в данный момент времени называется планом положений механизма. Определяющим является положение ведущего звена, а положения всех остальных звеньев ему соответствуют.

При построении плана положений механизма выбирают масштаб. Для этого вычисляют масштабный коэффициент по формуле

$$\mu_l = \frac{\text{натуральная длина звена, м}}{\text{длина звена в масштабе, мм}}. \qquad (2.7)$$

Основные уравнения для скоростей и ускорений

1. Составим векторное уравнение скоростей и ускорений для *первого случая движения*, когда две точки принадлежат одному звену и удалены друг от друга на расстояние l (рис. 2.4).

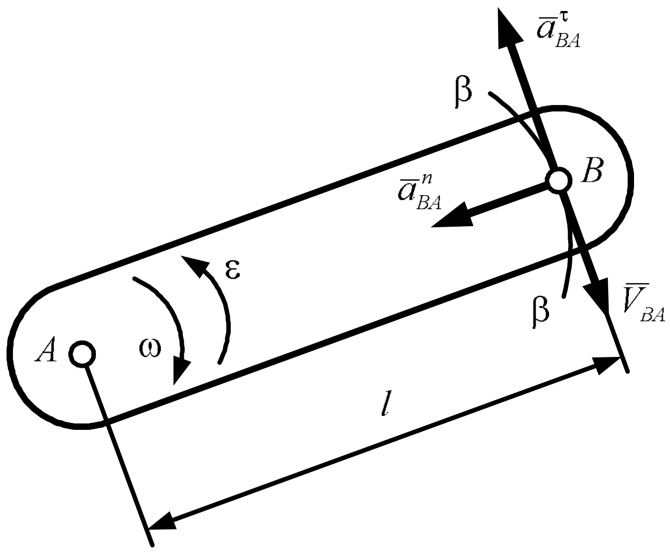

Рис. 2.4

Скорость любой точки абсолютно твердого тела равна геометрической сумме скоростей переносного и относительного движений.

Переносным движением для рассматриваемого звена является поступательное движение со скоростью точки $A - V_A$.

Относительное движение – это вращательное движение звена вокруг точки $A - V_{BA}$.

На основании вышесказанного запишем векторное уравнение для скорости точки B:

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}. \tag{2.8}$$

При вращении звена вокруг точки A точка B движется по окружности радиусом, равным длине звена l.

Вектор скорости V_{BA} направлен перпендикулярно звену AB в сторону угловой скорости этого звена ω.

Скорости определяются по формуле

$$V_{BA} = l_{AB} \cdot \omega. \tag{2.9}$$

Ускорение точки B также состоит из двух ускорений:

ускорения точки A – a_A;

ускорения точки B при относительном движении вокруг точки A – a_{BA};

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}. \tag{2.10}$$

При движении точки B по окружности β – β ускорение $\overline{a}_{BA}$ складывается из двух ускорений – *нормального* $\overline{a}^n_{BA}$ и *тангенциального* $\overline{a}^\tau_{BA}$.

Векторы нормальных ускорений всегда направлены по продольной оси звена к центру вращения, т. е. от точки B к точке A.

Векторы тангенциальных ускорений перпендикулярны звену AB в сторону углового ускорения ε этого звена.

На основании вышесказанного получаем следующее векторное уравнение для ускорения точки B:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}^n_{BA} + \overline{a}^\tau_{BA}. \tag{2.11}$$

Величины $\overline{a}^\tau_{BA}$ и $\overline{a}^n_{BA}$ можно определить по формулам:

$$a^n_{BA} = \omega^2 \cdot l_{BA} = \omega \cdot V_{BA}, \tag{2.12}$$

$$a^\tau_{BA} = \varepsilon \cdot l_{AB}. \tag{2.13}$$

2. Рассмотрим *второй случай движения.* Две точки принадлежат двум звеньям, образующим поступательную пару, и в данный момент времени совпадают (рис. 2.5).

Точка A принадлежит звену 1, а точка B – звену 2. Звенья 1– 2 образуют поступательную пару с направляющей H_{12}.

Скорость точки B также складывается из переносной и относительной.

Переносной скоростью является скорость той точки звена *1*, которая в данный момент совпадает с точкой B звена 2.

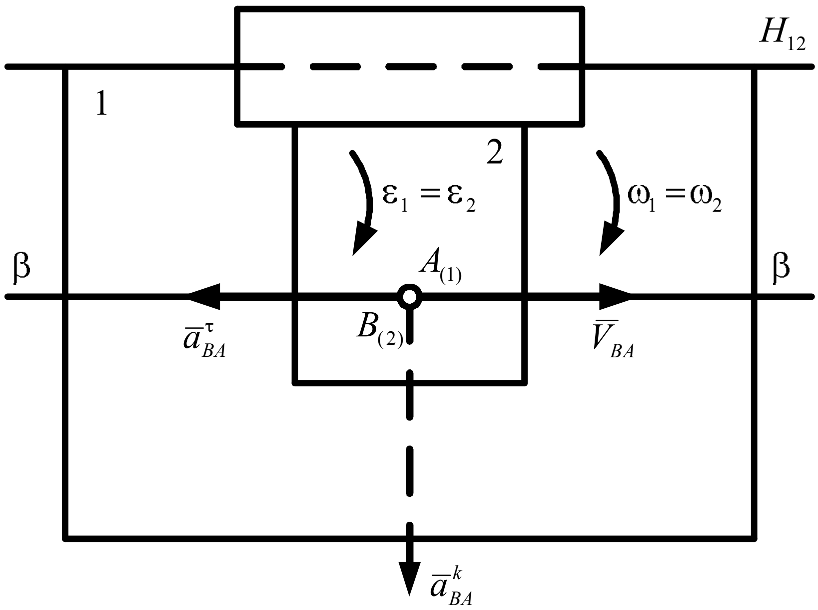

Рис. 2.5

Относительная скорость точки *B* равна скорости движения звена 2 относительно звена 1. При этом точка *B* движется по линии β – β и параллельна H_{12}.

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}. \tag{2.14}$$

Ускорение точки *B*, когда переносное движение не является поступательным, складывается из трех ускорений: переносного – $\overline{a}_A$, *относительного* – $\overline{a}^r_{BA}$, *поворотного (Кориолиса)* – $\overline{a}^k_{BA}$:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}^k_{BA} + \overline{a}^r_{BA}. \tag{2.15}$$

Звенья 1 и 2 не имеют относительного вращения, т. е.

$$\omega_1 = \omega_2;\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2. \tag{2.16}$$

Поворотное ускорение a^k_{BA}, появляющееся в результате взаимодействия переносного и относительного движения, вычисляется по формуле

$$a^k_{BA} = 2V_{BA} \cdot \omega, \tag{2.17}$$

где V_{BA} – скорость относительного движения; ω – угловая скорость переносного движения.

Вектор ускорения a^k_{BA} направлен в ту сторону, в которую окажется направленным вектор V_{BA}, если повернуть его на 90° в направлении угловой скорости ω.

Теоремы об относительных скоростях и ускорениях точек одного звена

Изображая скорости или ускорения различных точек звена в виде векторов, получаем графическое построение, которое называется планом скоростей или планом ускорений.

Точка, из которой откладываются векторы, называется полюсом плана скоростей или полюсом плана ускорений.

Теорема подобия для скоростей. Прямые линии, соединяющие точки на плане звена, и прямые линии, соединяющие концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные фигуры. Фигура на плане скоростей повернута относительно фигуры на плане звена на 90°.

Теорема подобия для ускорений. Прямые линии, соединяющие точки на плане звена, и прямые линии, соединяющие концы векторов полных ускорений этих точек на плане ускорений, образуют подобные фигуры.

Во всех случаях, когда известны ускорения двух точек звена, ускорение любой другой точки следует искать, пользуясь пропорциональностью сторон подобных фигур.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется планом положений?
2. В чем заключается первый случай движения?
Как определяются скорости и ускорения в этом случае?
3. В чем заключается второй случай движения? Как определить скорости и ускорения в этом случае?
4. Что называется нормальным ускорением и как его определить?
5. Что называется тангенциальным ускорением и как его определить?
6. Что называется поворотным (Кориолиса) ускорением и как его определить?
7. Сформулируйте теорему подобия для скоростей.
8. Сформулируйте теорему подобия для ускорений.