

2. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

2.3. Зубчатые передачи. Кинематика.

Зубчатые передачи в зависимости от расположения валов могут быть:
цилиндрические (валы расположены параллельно);
конические (оси валов пересекаются в пространстве);
гиперboloидные (оси валов скрещиваются в пространстве).

Среди гиперboloидных передач наибольшее распространение получили червячные, винтовые и гипоидные передачи.

В зависимости от кинематической структуры все зубчатые механизмы принято подразделять:

на передачи с неподвижными геометрическими осями колес;

на передачи с подвижными осями, которые называют *эпициклическими* механизмами.

Зубчатые механизмы, служащие для уменьшения частоты вращения колес ведомого вала по сравнению с ведущим, называются *редукторами*. А механизмы, предназначенные для увеличения частоты вращения ведомого вала, называются *мультипликаторами*. Сложные зубчатые механизмы, позволяющие получить несколько различных частот вращения ведомого вала, являются *коробками скоростей*.

Основной характеристикой зубчатых передач является передаточное отношение. *Передаточным отношением* u_{12} от колеса 1 к колесу 2 (рис. 2.7) называется отношение угловой скорости ω_1 (или частоты вращения n_1) звена 1 к угловой скорости ω_2 (или n_2) звена 2:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (2.18)$$

Передаточное отношение от звена 2 к звену 1, следовательно, равно

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{u_{12}}. \quad (2.19)$$

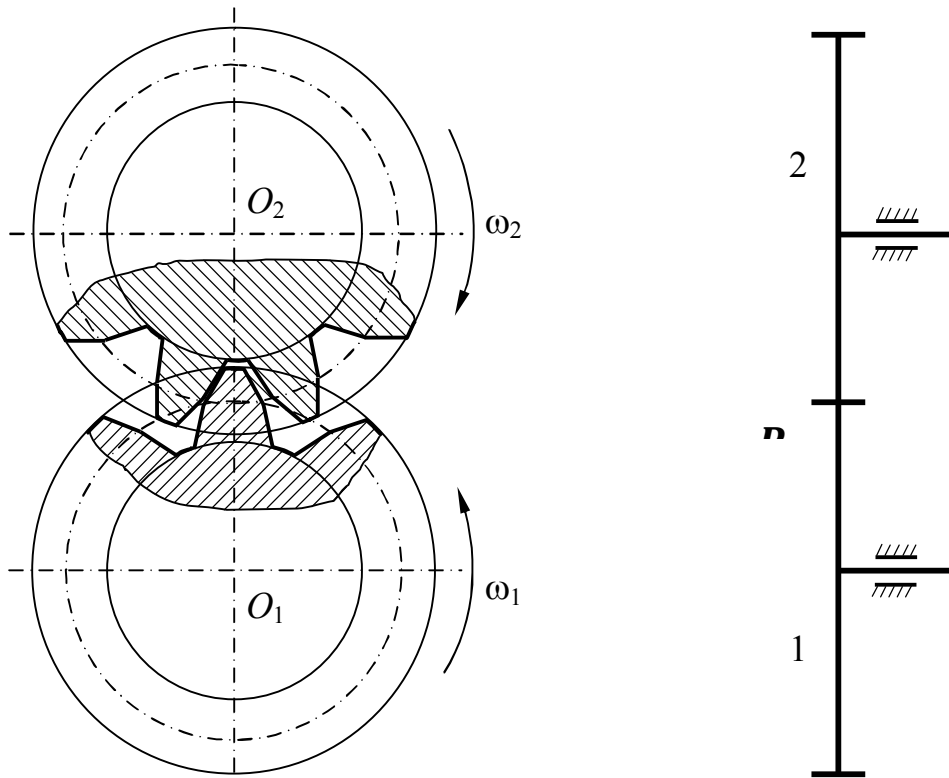
При внешнем зацеплении (рис. 2.6) передаточному отношению присваивается знак минус (колеса вращаются в противоположные стороны), при внутреннем (рис. 2.7) – плюс (колеса вращаются в одном направлении).

Зубчатые колеса на схемах изображаются в виде начальных окружностей. *Начальные окружности* являются центроидами в относительном движении колес, т. е. в процессе передачи вращения они перекатываются друг по другу без скольжения. Начальные окружности проходят через полюс зацепления P . *Полюсом зацепления* называется мгновенный центр относительного вращения зубчатых колес. Полюс делит расстояние между осями вращающихся звеньев на отрезки, обратно

пропорциональные угловым скоростям или прямо пропорциональные числам зубьев:

$$\frac{O_2P}{O_1P} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1} = u_{12}. \quad (2.20)$$

Зубчатые механизмы с неподвижными геометрическими осями



вращения колес отличаются двумя типами соединений.

Рис. 2.6

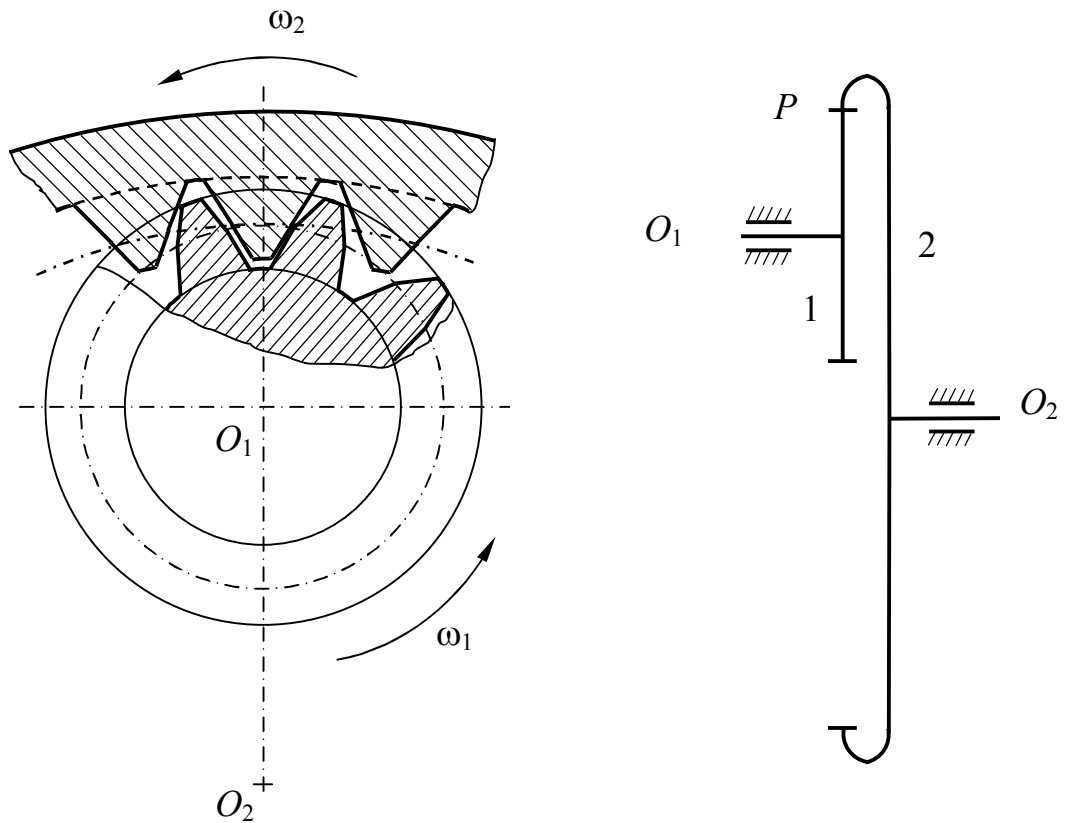


Рис. 2.7

В первом случае на каждой промежуточной оси заклинено по два зубчатых колеса и каждое из колес этого ряда входит лишь в одно зацепление (рис. 2.8).

Передаточное отношение ряда определяется по формуле

$$u_{15} = u_{12}u_{23}u_{34}u_{45} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{n_1}{n_5} = (-1)^k \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2' z_3' z_4'}, \quad (2.21)$$

где знак передаточного отношения зависит от числа внешних зацеплений (k – степень, равная числу внешних зубчатых зацеплений, в данном примере $k = 3$), т. е. передаточное отношение u_{15} оказывается отрицательным.

Во втором случае на каждой оси заклинено по одному зубчатому колесу (рис. 2.9) и каждое из промежуточных (паразитных) колес (2 и 3) входит в два зацепления.

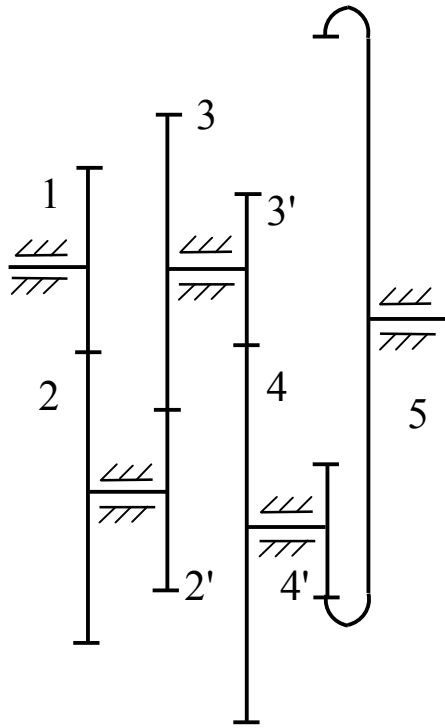


Рис. 2.8.

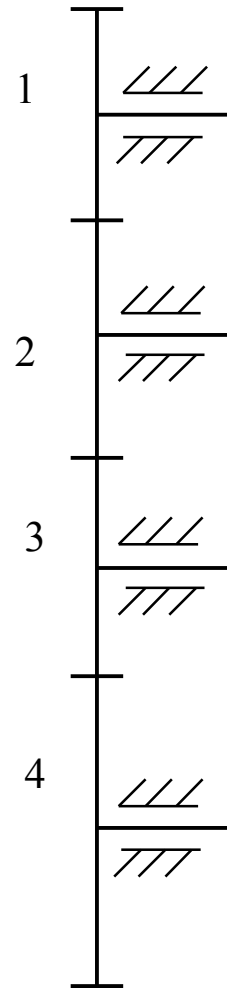


Рис. 2.9

Передаточное отношение этого ряда рассчитывается по формуле

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{n_1}{n_4} = (-1)^k \frac{z_4}{z_1} = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (2.22)$$

Передачи с промежуточными колесами используются при больших расстояниях между осями ведущего и ведомого колес и в тех случаях, когда необходимо изменить направление вращения ведомого колеса по отношению к направлению вращения ведущего.

Передаточное отношение для конических передач (рис. 2.10) определяется так же, как и для цилиндрических (см. выражение 2.18). Однако в конических передачах угловые скорости не представляются параллельными векторами, поэтому знак не ставится при определении передаточного отношения, т. е.

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2.23)$$

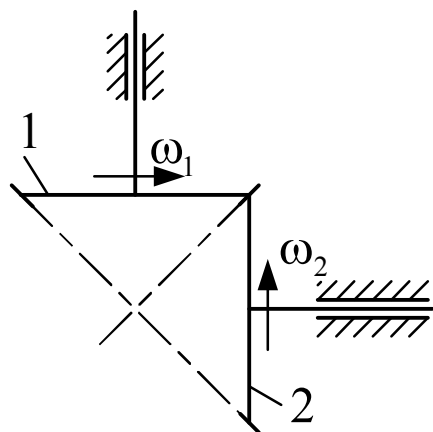


Рис. 2.10

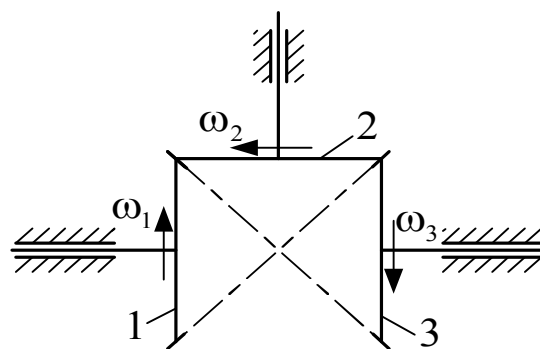


Рис. 2.11

Если в многоступенчатую передачу входят конические зубчатые колеса, то направления вращения определяют *по правилу стрелок*. В том случае, когда оси входного и выходного звеньев параллельны, знак передаточного отношения определяют, также руководствуясь правилом стрелок. Рассмотрим использование этого правила на примере передачи, изображенной на рис. 2.11. Оси колес 1 и 3 лежат на одной прямой. В этом случае угловые скорости колес 1 и 3 можно считать алгебраическими величинами, и знак передаточного отношения определится следующим образом. Около места зацепления на колесе 1 ставится стрелка, направленная, например, к месту зацепления, тогда на колесе 2 ставится стрелка, направленная также к месту зацепления. Около места зацепления колес 2 и 3 стрелка на колесе 2 направлена от места зацепления, значит, и на колесе 3 она будет направлена от места зацепления. Сравнивая направление стрелок на колесах 1 и 3, устанавливаем следующее правило: если эти стрелки направлены в одну сторону, то знак у передаточного отношения положительный, а если стрелки направлены в разные стороны, то знак отрицательный. Таким образом, передаточное отношение для этой передачи определится следующим образом:

$$u_{13} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Для червячной передачи (рис. 2.12) передаточное отношение определяется аналогично:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1},$$

где z_2 – число зубьев колеса 2, а z_1 – число заходов червяка 1 (обычно $z_1 = 1-4$). В этом случае знак, как и для конических передач, не ставится. Направление вращения колеса будет зависеть от направления витков червяка. В зависимости от направления витков червяк может быть правозаходным (правым) или левозаходным (левым). На рис. 2.12 червяк имеет правое направление витков. Тогда при его вращении по часовой стрелке (если смотреть справа) колесо будет вращаться против часовой стрелки.

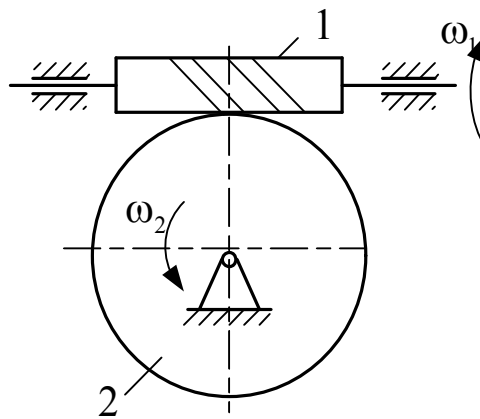


Рис. 2.12

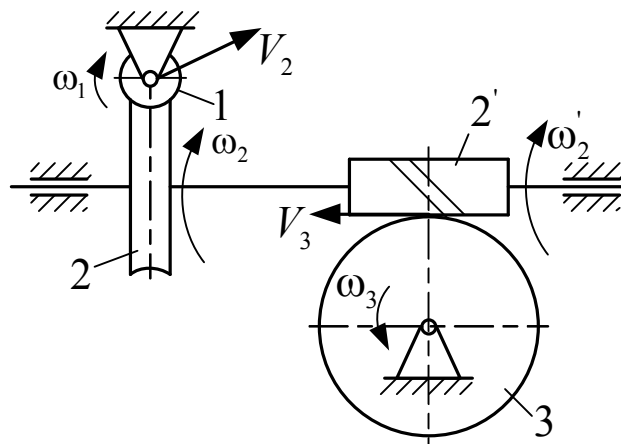


Рис. 2.13

Для передачи, представленной на рис. 2.13, в случае обоих правых червяков будем иметь:

$$u_{13} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} \quad (2.24)$$

Эпициклические механизмы имеют как подвижные, так и неподвижные геометрические оси вращения колес. Звенья, вращающиеся вокруг неподвижной геометрической оси, называются основными или центральными (на рис. 2.14, 2.15 звенья 1, 3, H). Зубчатое колесо 2, имеющее подвижную ось, называется *планетарным* или *сателлитом*, звено H – *водилом* или *поводком*.

К группе эпициклических механизмов относятся три типа механизмов.

1. *Дифференциальные механизмы (дифференциалы)* имеют все подвижные основные звенья и число степеней свободы больше единицы.

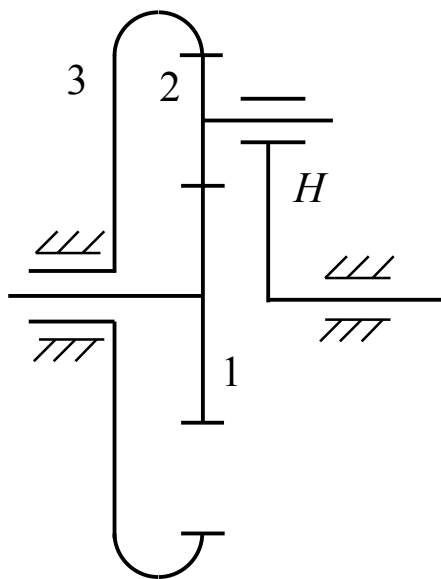


Рис. 2.14

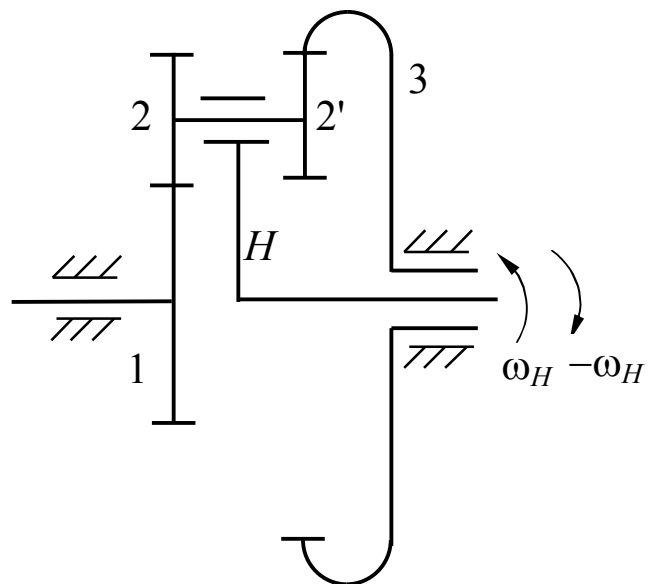


Рис. 2.15

Чтобы рассчитать передаточное отношение для дифференциальных механизмов, прибегают к так называемому *методу обращенного движения* (методу инверсии). Рассмотрим тот же механизм (рис. 2.15). Сообщим всему механизму условно угловую скорость, равную угловой скорости водила, но направленную в противоположную сторону, при этом относительное движение звеньев не изменится. В обращенном движении водило останавливается, т. е. дифференциальная передача превращается в механизм, состоящий из простых передач. Обозначим передаточное отношение такого механизма $-u_{13}^H$ (верхний индекс означает, что данное звено неподвижно). Это передаточное отношение определяется следующим образом:

$$u_{13}^H = \frac{\dot{\omega}_1}{\dot{\omega}_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}. \quad (2.25)$$

Эту зависимость называют *формулой Виллиса* для дифференциальных передач.

Передаточное отношение u_{13}^H обращенного механизма можно рассчитать, зная числа зубьев колес:

$$u_{13}^H = u_{12}^H \cdot u_{2'3}^H = -\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}}, \quad (2.26)$$

где u_{13}^H – передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 при неподвижном водиле.

2. У планетарных механизмов одно из основных (центральных) колес неподвижно (на рис. 2.17 – колесо 3). Такие механизмы обладают одной

степенью подвижности. Для данного планетарного механизма $\omega_3 = 0$. В этом случае формула Виллиса (2.25) принимает вид

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1H}^{(3)}, \quad (2.27)$$

где $u_{1H}^{(3)}$ – передаточное отношение от колеса 1 к водилу H при неподвижном колесе 3. Отсюда

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^H. \quad (2.28)$$

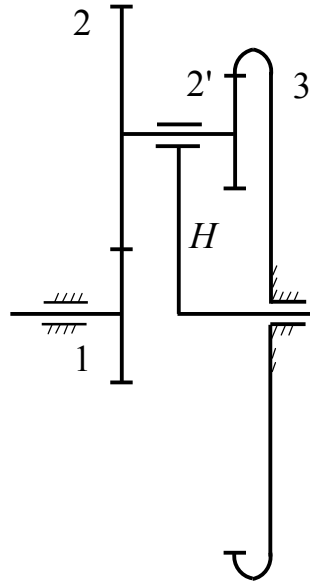


Рис. 2.16

Эту зависимость называют формулой Виллиса для планетарных механизмов. Передаточное отношение u_{13}^H выражается через числа зубьев колес:

$$u_{13}^H = u_{12} u_{2'3} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_{2'}}, \quad (2.29)$$

тогда

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_{2'}}. \quad (2.30)$$

3. *Механизмы замкнутого дифференциала (замкнутые дифференциалы)* имеют все признаки дифференциалов: все основные звенья подвижны, но на движение этих звеньев налагается дополнительное условие связи, поэтому число степеней подвижности у них равно единице.

Рассмотрим механизм на рис. 2.17. Определим передаточное отношение u_{1H} . Для этого выделим дифференциальную часть – это колеса 1, 2, 2', 3 и водило H . Запишем для нее формулу Виллиса и преобразуем ее так, чтобы выделить искомое передаточное отношение, для чего числитель и знаменатель дроби поделим на n_H :

$$u_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - 1}{\frac{n_3}{n_H} - 1} = \frac{u_{1H} - 1}{u_{3H} - 1}, \quad (2.33)$$

где $u_{3H} = u_{3'5} = u_{3'4} \cdot u_{4'5} = \frac{z_4 \cdot z_5}{z_{3'} \cdot z_{4'}}$.

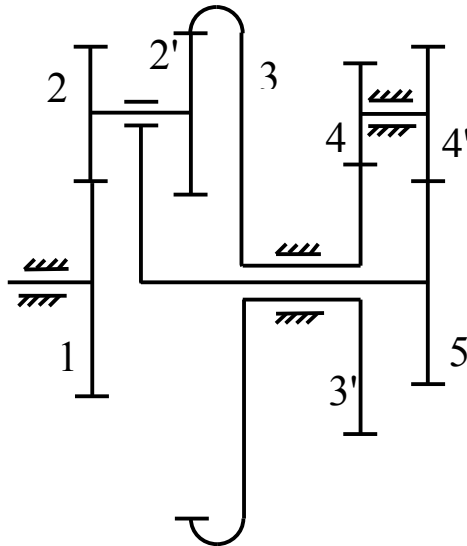


Рис. 2.17

Вопросы для самопроверки

1. Назовите виды зубчатых передач в зависимости от расположения валов.
2. Назовите виды зубчатых передач в зависимости от кинематической структуры.
3. Какие бывают зубчатые механизмы в зависимости от назначения?
4. Что называется передаточным отношением?
5. Как определить передаточное отношение?
6. Имеет ли передаточное отношение знак и как его определить?
7. Что называется полюсом зацепления?
8. Что называется начальными окружностями?
9. Назовите типы соединений зубчатых передач с неподвижными осями.
10. Для чего используются передачи с промежуточными колесами?
11. Как определить передаточное отношение многоступенчатой передачи?
12. Как определяется передаточное отношение для конических передач?
13. Каким правилом пользуются при определении направлений вращения колес при наличии конических передач?
14. Как определяется передаточное отношение для червячных передач?
15. Что такое дифференциальные передачи?
16. Как определить передаточное отношение для дифференциалов?
17. Что такое планетарные передачи?
18. Как определить передаточное отношение для планетарных передач?
19. Что такое замкнутые дифференциалы?
20. Как определить передаточное отношение для замкнутых дифференциалов?