

### 3. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

#### 3.1. Сопротивление материалов. Задачи и определения.

*Сопротивление материалов* – наука о прочности, жесткости и устойчивости элементов инженерных конструкций.

*Первая задача сопротивления материалов* – это расчет конструкций на прочность.

Прочностью элемента конструкции называется его способность сопротивляться воздействию внешних сил при заданной надежности от разрушения. Надежность оценивается коэффициентом запаса прочности. Под нарушением прочности понимается не только разрушение в буквальном смысле слова, но и возникновение пластических (остаточных) деформаций.

*Вторая задача сопротивления материалов* – это расчет конструкций на жесткость.

Жесткостью называется способность материала или элемента конструкции сопротивляться упругим деформациям.

*Третья задача сопротивления материалов* – это расчет элементов конструкций на устойчивость.

Устойчивостью называется способность элемента конструкции под действием внешних сил сохранять те общие геометрические формы, которые были ему приданы при изготовлении.

#### **Реальный объект и расчетная схема**

В сопротивлении материалов исследование вопроса о прочности реального объекта начинается с выбора расчетной схемы.

При этом необходимо произвести схематизацию объекта и отбросить все факторы, которые несущественно влияют на работу системы.

Реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей, носит название *расчетной схемы*.

Для выбора расчетной схемы используют следующие гипотезы:

*Первая гипотеза* – следует рассматривать все материалы как однородную сплошную среду, независимо от особенностей их микроструктуры.

Под однородностью материала понимается независимость свойств от величины выделенного из тела объема.

Из понятия однородности вытекает понятие сплошности среды как среды, непрерывно заполняющей отведенной ей объем.

*Вторая гипотеза* – обычно сплошная среда принимается изотропной. То есть предполагается, что свойства любого тела, выделенного из сплошной среды в различных направлениях, одинаковы.

*Третья гипотеза* – о независимости действия сил. Если к системе приложено несколько сил, то можно определить внутренние силы, напряжения, перемещения и деформации от каждой силы в отдельности, а результат действия всех сил получится как сумма действия каждой силы.

*Четвертая гипотеза* – принцип Сен-Венана. Величины напряжений в зоне крепления конструкций и в зоне приложения внешних сил носят местный характер и при расчете всей конструкции ими можно пренебречь.

При выборе расчетной схемы вводятся упрощения и в геометрию реального объекта. Основным упрощающим приемом в сопротивлении материалов является приведение геометрической формы тела к схеме бруса и к схеме оболочки.

Брусом называется тело, одно из измерений которого (длина) много больше двух других.

Оболочкой называется тело, одно из измерений которого (толщина) много меньше двух других.

Если срединные поверхности оболочки являются плоскими, то ее систему называют пластинкой.

Массивом называется тело, имеющее все три размера примерно одинаковыми.

### Классификация внешних сил

Силы, приложенные извне к брусу, называются *внешними силами*. Реакции связей, а также реакции от взаимодействия смежных элементов конструкций также относятся к разряду внешних сил.

Внешние силы бывают поверхностные и объемные.

Объемные действуют в каждом элементе объема материала (собственный вес, силы инерции, силы магнитного притяжения).

Внешние силы бывают сосредоточенными и распределенными.

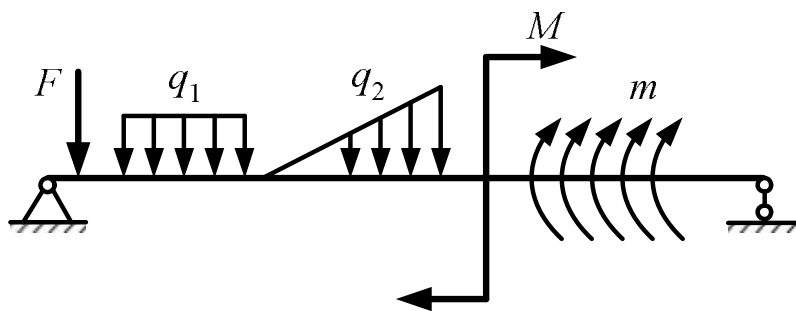


Рис. 3.1

На рисунке:  $F$  – сосредоточенная сила, кН;  $q_1$  – равномерно распределенная нагрузка, кН/м;  $q_2$  – распределенная по закону треугольника нагрузка кН/м;  $M$  – сосредоточенный момент или пара сил кНм;  $m$  – распределенный момент, кНм/м.

Далее нагрузки можно разделить на постоянные и временные.

Постоянные нагрузки действуют во все время существования конструкции, например собственный вес сооружения.

Временные нагрузки действуют на конструкцию лишь в течение некоторого промежутка времени.

По характеру действия нагрузку можно разделить на статические и динамические.

Статические – это те силы, которые прикладываются к элементу постепенно от нулевой до полной величины. При этом скорость приложения нагрузки меняется незначительно, ускорение практически отсутствует.

Динамические – это те нагрузки, скорость приложения которых меняется значительно в короткий промежуток времени. Приложение нагрузки сопровождается значительными ускорениями.

### Метод сечений. Внутренние силы в поперечных сечениях бруса

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между отдельными его частицами. При деформации тела, вызванной действием приложенных к нему внешних сил, внутренние силы изменяются.

Для расчета на прочность необходимо иметь возможность определять внутренние силы по заданным внешним силам. Для этого используется метод сечений.

Рассмотрим произвольное тело, находящееся в равновесии под действием внешних сил. Разрежем его произвольным сечением  $n-n$ .

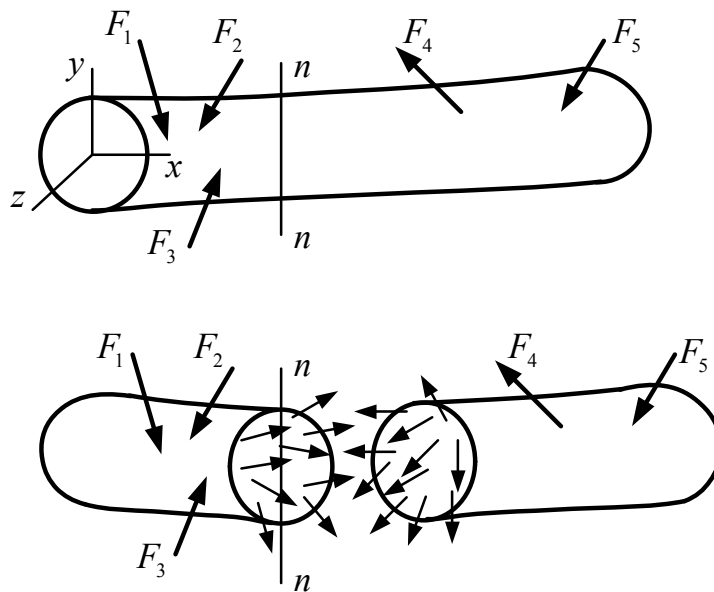


Рис. 3.2

Для сохранения равновесия обеих частей тела по сечению прикладываются силы взаимодействия между первой и второй частями тела. То есть применяя метод сечения, переводят внутренние силы для всего тела во внешние для одной из его частей.

Внутренние силы должны быть распределены по сечению так, чтобы деформированные поверхности сечения  $n-n$  при совмещении левой и правой частей тела в точности совпадали. Такое условие носит название неразрывности деформаций.

Приведем систему внутренних сил к центру тяжести сечения. В результате получим главный вектор  $\bar{R}$  и главный момент  $\bar{M}$ .

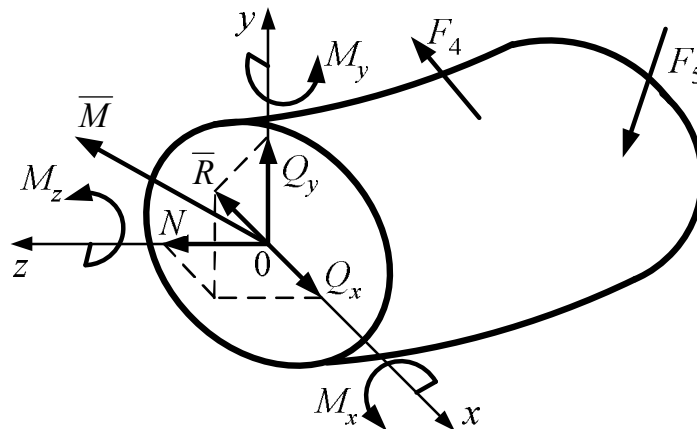


Рис. 3.3

Спроектировав главный вектор  $\bar{R}$  и главный момент  $\bar{M}$  на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  получим шесть составляющих, которые называются внутренними силовыми факторами:  $N$  – продольная сила;  $Q_x$ ,  $Q_y$  – поперечные силы;  $M_x$ ,  $M_y$  – изгибающий момент;  $M_z$  – крутящий момент.

### Классификация основных видов нагружения бруса

1. Если в поперечных сечениях бруса действует только продольная сила  $N$ , то на этом участке имеет место растяжение или сжатие.
2.  $M_z$  – кручение.
3.  $M_x$  ( $M_y$ ) – чистый изгиб в плоскости  $yoz$  ( $xoz$ ).
4.  $M_x$  и  $Q_y$  ( $M_x$  и  $Q_x$ ) – поперечный изгиб.
5.  $Q_x$  ( $Q_y$ ) – чистый сдвиг.

Возможны случаи нагрузок, когда брус работает на кручение, изгиб или растяжение одновременно.

### Напряжение

*Напряжение* – это интенсивность внутренних сил, т. е. внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади.

Рассмотрим сечение площадью  $A$  некоторого тела (рис. 3.4).

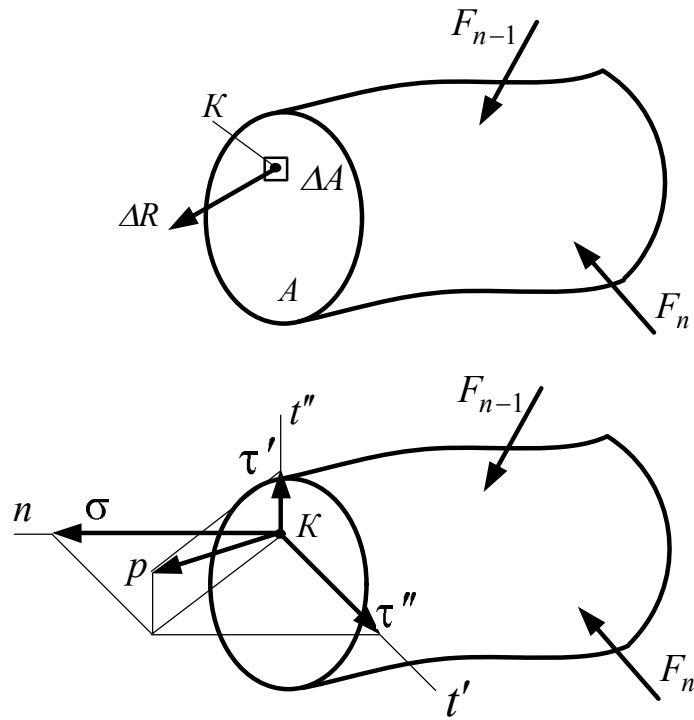


Рис. 3.4

Величину среднего напряжения  $p_{\text{ср}}$  определим по формуле

$$p_{\text{ср}} = \frac{\Delta R}{\Delta A},$$

где  $\Delta R$  – внутренняя сила;  $\Delta A$  – элементарная площадка, выделенная вокруг точки  $K$ .

При  $\Delta A \rightarrow 0$  величина полного напряжения  $p$  в точке  $K$  равна:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = p. \quad (3.1)$$

Полное напряжение  $p$  раскладывается на три составляющие (рис. 3.4):  $\sigma$  – нормальное напряжение, проекция полного напряжения на нормаль к сечению;  $\tau'$ ,  $\tau''$  – касательное напряжение, проекция полного напряжения на две оси плоскости сечения.

*Совокупность напряжений для множества площадок, проходящих через точку, образует напряженное состояние в точке, которое определяется шестью числовыми величинами.*

### **Перемещения и деформации**

$A$  – точка недеформированного тела;  $A'$  – точка того же, но деформированного тела.

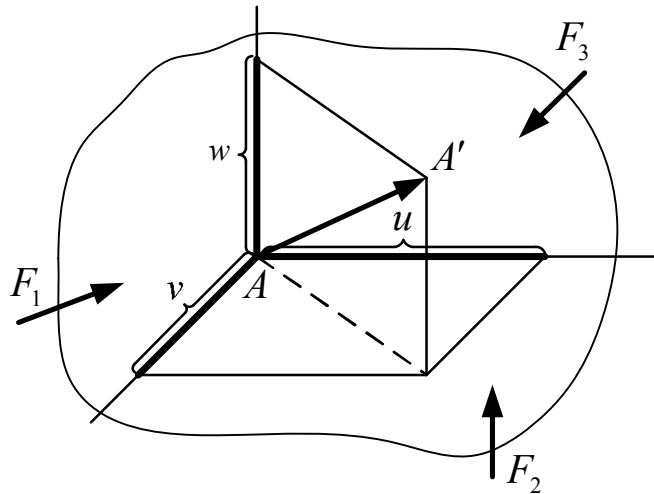


Рис. 3.5

Вектор  $AA'$  – это вектором полного перемещения точки.

Проекции вектора  $AA'$ ,  $-w$ ,  $u$ ,  $v$  называются перемещениями по осям.

Для того чтобы охарактеризовать интенсивность изменения формы и размеров тела, рассмотрим тело до деформации и после деформации.

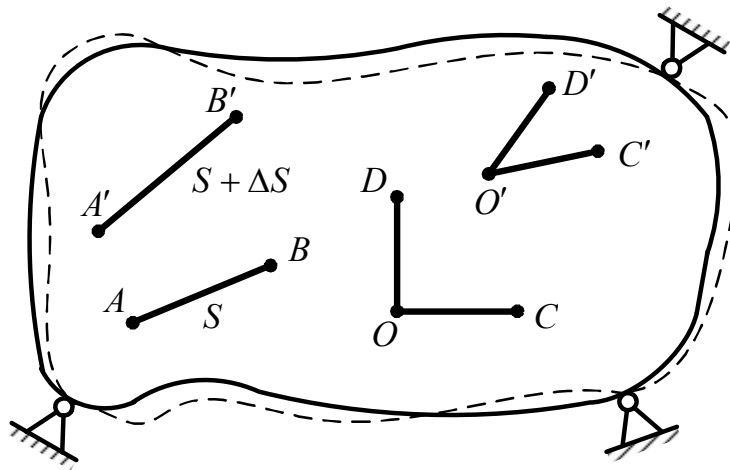


Рис. 3.6

На рисунке:  $S$  – длина отрезка  $AB$  до деформации;  $S + \Delta S$  – длина отрезка  $A'B'$  после деформации.

$$\epsilon_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{S}, \quad (3.2)$$

при  $S \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{S} = \epsilon_{AB}, \quad (3.3)$$

где  $\epsilon_{AB}$  – линейная деформация в точке по направлению  $AB$ .

Рассмотрим прямой угол  $\hat{COD}$  недеформированного тела. После деформации этот угол изменяется и принимает значение  $\hat{C'O'D'}$ .

$$\lim_{\substack{OC \rightarrow 0 \\ OD \rightarrow 0}} (\hat{C\hat{O}D} - C'\hat{O'}D') = \gamma_{COD}, \quad (3.4)$$

где  $\gamma_{COD}$  – угловая деформация или угол сдвига.

Совокупность линейных и угловых деформаций по различным направлениям для одной точки образует деформированное состояние в точке, которое определяется шестью числовыми величинами.