

3. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

3.2. Осевое растяжение-сжатие.

Растяжением или *сжатием* называют такой вид деформации бруса (стержня), при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила N . Прямой брус, испытывающий растяжение-сжатие, обычно называют стержнем.

Значение и направление продольной силы определяют с помощью метода сечений. Рассекая стержень плоскостью, отбрасывают одну (любую) часть стержня и заменяют ее действие продольной силой N , которая представляет собой равнодействующую внутренних нормальных сил, возникающих в поперечном сечении бруса (рис. 3.7), т. е.

$$N = \int_A \sigma dA, \quad (3.5)$$

где A – площадь поперечного сечения; σ – нормальное напряжение.

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, т. е.

$$N = \sum_{i=1}^n F_{iz}. \quad (3.6)$$

Правило знаков.

Внешняя сила, направленная от сечения, вызывает растяжение и считается положительной. Сила, направленная к сечению, вызывает сжатие и считается отрицательной.

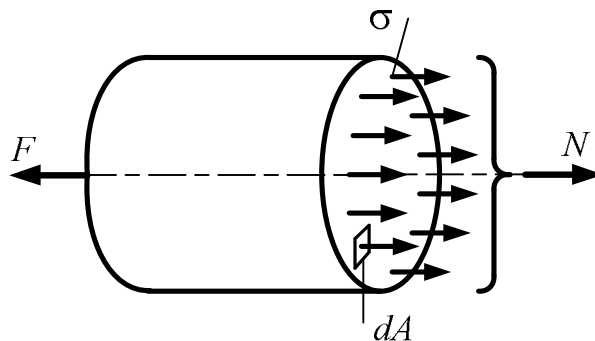


Рис. 3.7

При расчете стержня на прочность необходимо знать значения внутренних силовых факторов во всех его сечениях. С этой целью строят график (эпюру), показывающий, как изменяется внутренний силовой фактор по длине стержня.

В поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, определяемые по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (3.7)$$

Для расчета нормальных напряжений продольные силы берут из эпюры. По данным расчета строят эпюру нормальных напряжений по длине стержня.

Условимся оси эпюр продольных сил и напряжений проводить тонкой линией, а сами эпюры очерчивать толстыми линиями. Эпюру штрихуют линиями, перпендикулярными ее оси. В масштабе каждая линия равна величине продольной силы в соответствующем сечении стержня. На эпюре указывают знаки плюс и минус и в характерных ее точках, в которых изменяется сила, проставляют значения.

Расчет стержня на прочность при растяжении-сжатии производят из условия прочности по допускаемым напряжениям:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma], \quad (3.8)$$

где σ_{\max} – максимальное нормальное напряжение в опасном сечении; N – продольная сила; $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Расчеты на прочность при растяжении-сжатии в зависимости от постановки задачи могут быть разделены на три категории:

- а) проверочный расчет $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$;
- б) проектный расчет (определение требуемых размеров поперечного сечения) $A = \frac{N_{\max}}{[\sigma]}$;
- в) определение допускаемой нагрузки $[N] = [\sigma]A$.

Закон Гука

Из опытов на растяжение видно, что при растяжении длина стержня увеличится, а поперечные размеры уменьшатся. При сжатии наоборот.

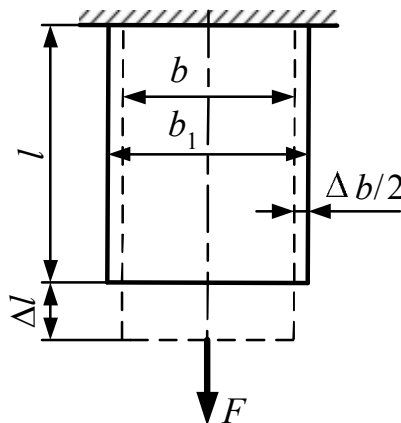


Рис. 3.8

Величина относительной продольной деформации вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (3.9)$$

где Δl – абсолютная продольная деформация (удлинение).

Величина относительной поперечной деформации вычисляется по формуле

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}, \quad (3.10)$$

где Δb – абсолютная поперечная деформация.

Абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации называется коэффициентом Пуассона μ .

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (3.11)$$

Коэффициент Пуассона является характеристикой упругих свойств материала и является постоянной величиной для изотропного материала.

Линейные деформации во всех точках сечения одинаковы.

В пределах малых деформаций для подавляющего большинства материалов справедлив закон Гука, который устанавливает прямую зависимость между напряжениями и деформациями:

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (3.12)$$

где E – модуль упругости (физическая постоянная материала).

Удлинение или укорочение бруса длиной l , имеющего постоянное поперечное сечение, при условии, что продольная сила во всех сечениях одинакова, можно определить по второй форме закона Гука

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (3.13)$$

Если сечение бруса и продольная сила или одна из этих величин меняются непрерывно, то удлинение бруса определяется формулой

$$\Delta l = \int_l \frac{Ndz}{EA}, \quad (3.14)$$

где EA – жесткость стержня при растяжении-сжатии.

Механические свойства материалов. Диаграмма растяжения

Для решения практических задач необходимо иметь числовые характеристики прочностных свойств материалов.

Основными являются испытания на растяжение и сжатие. При их помощи удастся получить наиболее важные характеристики материала.

Для испытания на растяжение используются специально изготовленные образцы (рис. 3.9, а).

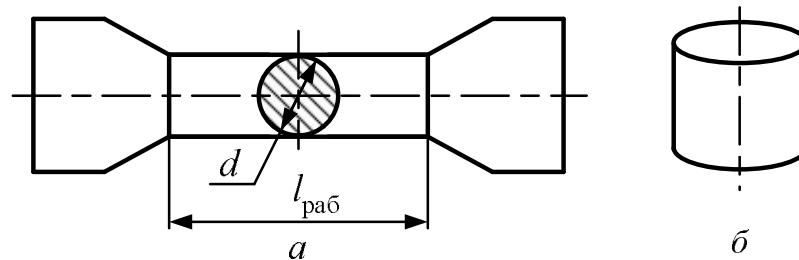


Рис. 3.9

Для испытания на сжатие используются короткие цилиндрические образцы (рис. 3.9, б).

Материалы могут быть хрупкими и пластичными.

Испытательные машины снабжаются устройствами, записывающими диаграмму растяжения, т. е. зависимость удлинения от нагрузки $F = f(\Delta l)$.

Рассмотрим диаграмму растяжения (рис. 3.10) малоуглеродистой стали (пластичный материал).

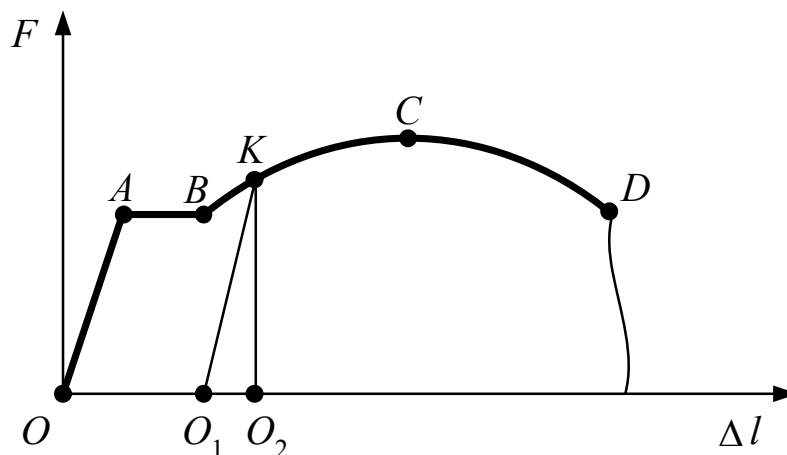


Рис. 3.10

Полученная кривая может быть разделена на четыре зоны.

Зона OA – это зона упругости. Здесь материал подчиняется закону Гука, т. е.

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}. \quad (3.15)$$

Если разгрузить образец в любой точке зоны OA , то размеры образца примут первоначальные величины, т. е. имеют место упругие деформации.

Зона AB – зона общей текучести, а участок AB диаграммы – площадка текучести. Материал «течет», т. е. для увеличения деформации почти не нужно увеличивать растягивающую силу.

Зона BC – называется зоной упрочнения, т. е. материал вновь начинает сопротивляться дальнейшему растяжению, и для увеличения удлинения Δl приходится увеличивать силу F .

Если произвести разгрузку образца в любой точке зоны BC , например в точке K , то диаграмма изобразится прямой KO_1 . Образец не вернется к первоначальным размерам.

Отрезок O_1O_2 представляет упругое удлинение образца;

OO_1 – остаточное удлинение образца;

OO_2 – полное удлинение образца.

Следовательно, после превышения нагрузки, соответствующей зоне упругости, образец получает остаточные деформации.

В стадии упрочнения намечается место будущего разрыва и начинает образовываться метка – местное сужение образца.

В точке C сила F достигает максимального значения. В дальнейшем удлинение образца происходит с уменьшением силы F .

В точке D происходит разрушение образца.

Диаграмма напряжений

Чтобы дать количественную оценку описанным выше свойствам материала, перестроим диаграмму растяжения в координатах σ и ϵ .

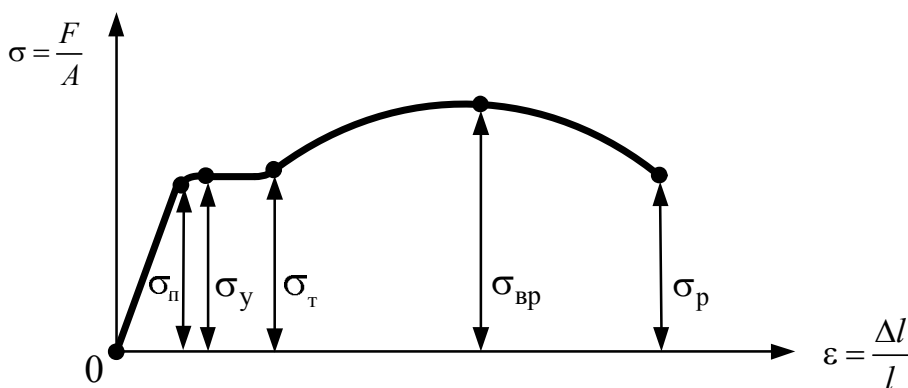


Рис. 3.11

Наибольшее напряжение, до которого материал следует закону Гука, называется пределом пропорциональности $\sigma_{\text{п}}$.

Наибольшее напряжение, до которого материал не получает остаточных деформаций, называется пределом упругости $\sigma_{\text{у}}$.

Напряжение, при котором происходит рост деформации без заметного увеличения нагрузки, называется пределом текучести σ_T .

Напряжение, вызванное наибольшей нагрузкой, которую может выдержать материал, носит название предела прочности или временного сопротивления $\sigma_{вр}$.

При испытании на растяжение определяется еще одна характеристика материала – удлинение при разрыве δ %.

Удлинение при разрыве представляет собой величину средней остаточной деформации, которая образуется к моменту разрыва на определенной стандартной длине образца.

$$\delta \% = \frac{\Delta l_0}{l_0} 100 \% , \quad (3.16)$$

где Δl_0 – удлинение; l_0 – стандартная длина образца.

Допускаемые напряжения. Условия прочности

Выше было показано, что при осевом растяжении-сжатии

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} . \quad (3.17)$$

Из опытов на растяжение установлено, что для материалов, находящихся в хрупком состоянии, опасным напряжением является предел прочности $\sigma_{оп} = \sigma_B$, при котором наступает разрушение.

Для материалов, находящихся в пластическом состоянии, можно считать опасным предел текучести $\sigma_{оп} = \sigma_T$.

Напряжение в стержне должно быть меньше опасных напряжений:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{оп} . \quad (3.18)$$

Для достаточной гарантии условие прочности записывается следующим образом:

$$\sigma_{\max} \leq \frac{\sigma_{оп}}{K} , \quad (3.19)$$

где K – коэффициент запаса прочности.

Величина $[\sigma] = \frac{\sigma_{оп}}{K}$ называется допускаемым напряжением.

Выбор K обуславливается свойствами материала, способом приложения нагрузки, точностью расчетов, наличием концентрации напряжений.

Окончательно условие прочности:
для хрупких материалов

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_B}{K}; \quad (3.20)$$

для пластичных материалов

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_m}{K}. \quad (3.21)$$