

Указания к выполнению контрольной работы № 2

Пример решения задачи № 5

Для плоского четырехзвенного механизма (рис. 2.18) требуется выполнить кинематический расчет.

Дано:

$$n_{OA} = 250 \text{ об/мин};$$

$$l_{OA} = 0,1 \text{ м};$$

$$l_{AB} = l_{BE} = 0,25 \text{ м};$$

$$l_{BC} = l_b = 0,2 \text{ м};$$

$$l_a = 0,3 \text{ м};$$

$$\angle ABC = 90^\circ;$$

$$M_{BH} = 500 \text{ Нм};$$

$$\alpha = 90^\circ.$$

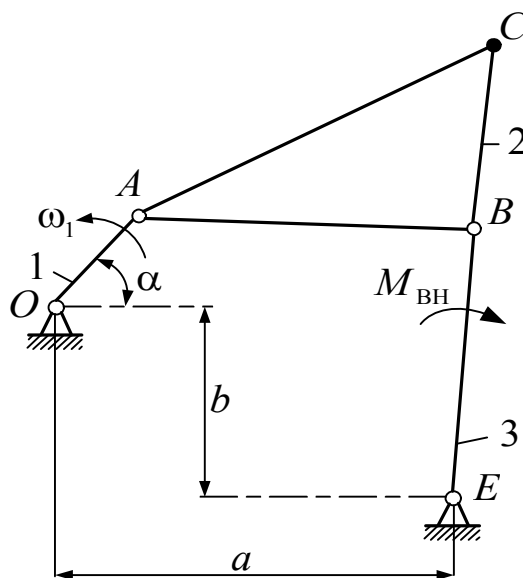


Рис. 2.18

Построение плана положений

Зададим масштабный коэффициент длины:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{25} = 0,004 \text{ м/мм},$$

где $OA = 50 \text{ мм}$ – масштабная длина звена 1.

Масштабные значения длин других звеньев и координат для определения положений стоек получим, поделив действительную величину на масштабный коэффициент μ_l . Полученные значения сведем в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Значение	$AB = BE$	$BC = b$	a
Масштабная величина, мм	62,5	50	75

Изображаем положения стоек, а именно точек O , E , по заданным координатам a и b , строим положение механизма, соответствующее положению ведущего звена 1, заданного углом 90° (рис 2.19, а). Положения точки B опре-

деляем методом геометрических мест (методом засечек). Для этого проведем дугу радиусом AB с центром в точке A и дугу радиусом BE с центром в точке E , пересечение этих дуг определит положение точки B . Затем строим треугольник ABC по исходным данным.

Определение скоростей

По заданной частоте вращения n_{OA} кривошипа определяем угловую скорость этого звена ω_1 :

$$\omega_1 = \frac{\pi n_{OA}}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26,17 \text{ с}^{-1}.$$

Скорость точки A

$$V_A = \omega_1 l_{OA} = 26,17 \cdot 0,1 = 2,62 \text{ м/с}.$$

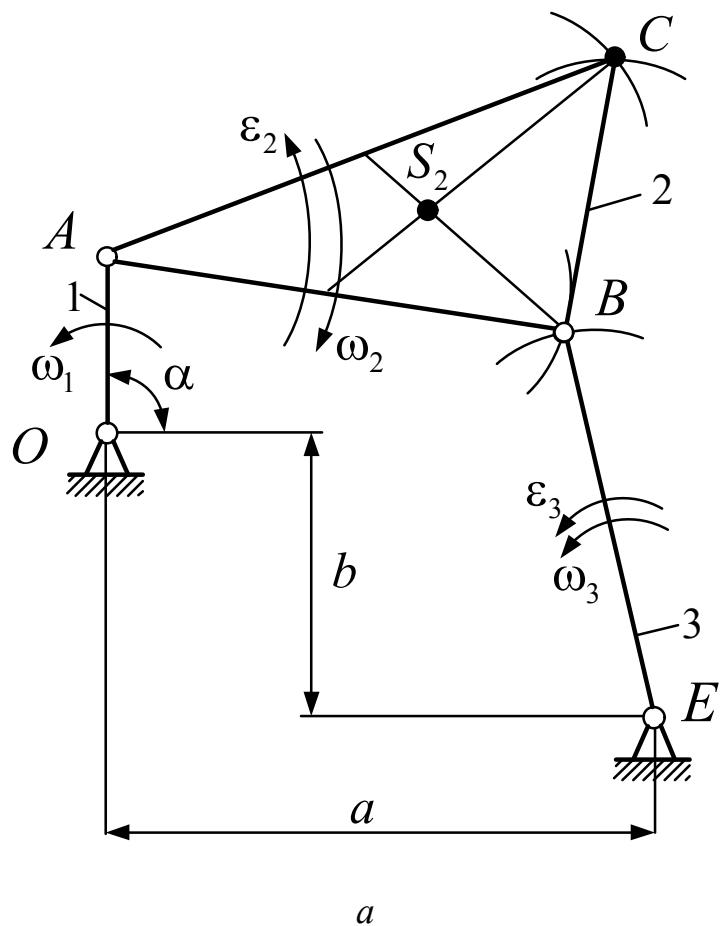
Выбираем масштабный коэффициент для построения плана скоростей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{pa} = \frac{2,62}{52,4} = 0,05 \text{ м/с} \cdot \text{мм},$$

где pa – длина вектора, изображающего вектор скорости \vec{V}_A на плане скоростей, длину его выбираем таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным.

План положений механизма

$$\mu_l = 0,004 \text{ м/мм}$$



План скоростей

$$\mu_V = 0,05 \text{ м/с} \cdot \text{мм}$$

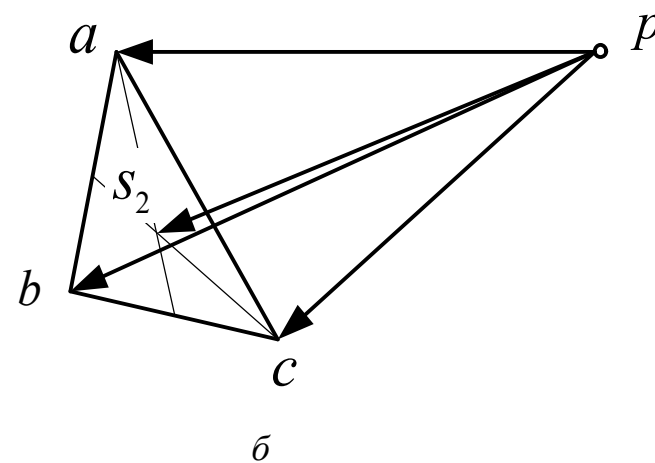


Рис. 2.19

Откладываем вектор $p\bar{a}$ из точки p (полюс плана скоростей) длиной 52,4 мм перпендикулярно OA в сторону вращения кривошипа (рис. 2.19, б). Для определения скорости точки B составим систему векторных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA} \\ \bar{V}_B = \bar{V}_E + \bar{V}_{BE} \end{cases}.$$

Для графического решения этой системы через точку a проведем линию перпендикулярно AB (направление скорости \bar{V}_{BA}), а из полюса p проведем линию перпендикулярно EB (направление скорости $\bar{V}_{BE} = \bar{V}_B$, так как $\bar{V}_E = 0$).

На пересечении этих линий получим точку b , конец вектора скорости точки B , изображенной в масштабе μ_V , тогда

$$V_B = pb \cdot \mu_V = 56,5 \cdot 0,05 = 2,825 \text{ м/с}.$$

По теореме подобия определяем скорость точки C_2 (принадлежит звену 2), для этого строим треугольник Δabc на плане скоростей, подобный треугольнику ΔABC на плане механизма. Так как треугольник Δabc повернут на 90° относительно ΔABC , то проводим линию перпендикулярно AC из точки a , а из точки b – линию перпендикулярно BC . На пересечении этих линий получаем точку c .

Скорость точки S_2 (центра тяжести звена 2) также определяем по теореме подобия. Эта точка находится на пересечении медиан, такое положение она займет и в Δabc на плане скоростей. Соединив точку S_2 с полюсом p , получаем вектор ps_2 . Значения искомых скоростей точек C и S_2 определяем следующим образом:

$$V_C = pc \cdot \mu_V = 47 \cdot 0,05 = 2,35 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_V = 50 \cdot 0,05 = 2,5 \text{ м/с}.$$

Определим угловые скорости ω_2, ω_3 :

$$\omega_2 = V_{BA} / l_{AB} = ab \cdot \mu_V / l_{AB} = 14 \cdot 0,05 / 0,25 = 2,7 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = V_B / l_{BE} = 2,825 / 0,25 = 2,7 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость ω_2 направлена в ту же сторону, что и вектор \vec{V}_{BA} , если приложить его к точке B . Направление вектора \vec{V}_{BA} определяем по правилу сложения векторов (направлен от точки a к точке b). Таким образом, угловая скорость ω_2 направлена по часовой стрелке; указываем на плане положений круговой стрелкой.

Угловая скорость ω_3 направлена в ту же сторону, что и скорость \vec{V}_B , а значит, ω_3 направлена против часовой стрелки. Укажем это направление на плане положений.

Определение ускорений

Ускорение точки A определяем по формуле

$$a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 26,17^2 \cdot 0,1 = 68,49 \text{ м/с}^2.$$

Выбираем масштабный коэффициент для построения плана ускорений, для этого принимаем отрезок $\mu a = 137$ мм, который соответствует ускорению \bar{a}_A в масштабе. Вектор μa отложим параллельно OA в направлении к точке O (рис. 2.20). Масштабный коэффициент μ_a определяется следующим образом:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\mu a} = \frac{68,49}{137} = 0,5 \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}.$$

Ускорение точки B определяем на основании двух векторных уравнений движения этой точки относительно точек A и E :

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau \\ \bar{a}_B = \bar{a}_E + \bar{a}_{BE}^n + \bar{a}_{BE}^\tau, \end{cases}$$

где $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = 2,7^2 \cdot 0,25 = 1,82 \text{ м/с}^2$,

$$\bar{a}_E = 0,$$

$$a_{BE}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BE} = 11,3^2 \cdot 0,25 = 31,92 \text{ м/с}^2.$$

Для того чтобы эти ускорения отложить на плане ускорений, определяем соответствующие им длины отрезков:

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1,82}{0,5} = 3,6 \text{ мм},$$

$$\pi n_3 = \frac{a_{BE}^n}{\mu_a} = \frac{31,92}{0,5} = 63,8 \text{ мм.}$$

План ускорений

$$\mu_a = 0,5 \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}$$

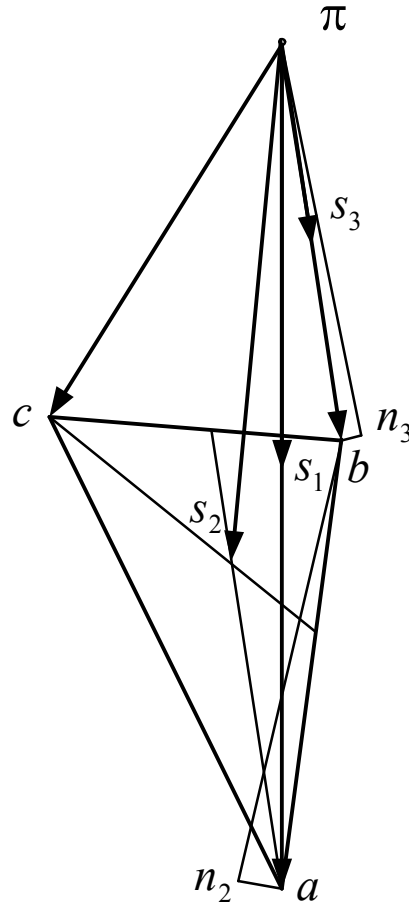


Рис. 2.20

Отрезок an_2 отложим из точки a параллельно звену AB в направлении к точке A , а отрезок πn_3 — из полюса π в направлении к точке E параллельно звену BE . Через точку n_2 проведем линию перпендикулярно звену AB (направление ускорения \bar{a}_{BA}^τ), а через точку n_3 — линию перпендикулярно BE (направление ускорения \bar{a}_{BE}^τ). Пересечение этих линий дает точку b ; соединив ее с полюсом π , получим вектор $\overline{\pi b}$, изображающий ускорение \bar{a}_B . Его абсолютное значение найдем по формуле

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 65 \cdot 0,5 = 32,5 \text{ м/с}^2 .$$

Ускорение точки C треугольного звена ABC найдем, используя теорему подобия, т. е. строим Δabc , подобный ΔABC . Для этого составим соотношения:

$$k = \frac{ab}{AB} = \frac{bc}{BC} = \frac{ac}{AC} = \frac{74}{0,25} = 296 \text{ мм/м},$$

где $ab = 74$ мм.

Тогда

$$bc = k \cdot BC = 296 \cdot 0,2 = 59,2 \text{ мм},$$

$$ac = k \cdot AC = 296 \cdot 0,32 = 94,7 \text{ мм}.$$

Методом засечек определяем положение точки c , при этом обход букв по контуру в выбранном направлении на плане ускорений ($a \rightarrow b \rightarrow c$, против часовой стрелки) должен соответствовать обходу букв на плане положений ($A \rightarrow B \rightarrow C$, также против часовой стрелки).

Соединим точку c с полюсом π и определим ускорение:

$$a_C = \pi c_2 \cdot \mu_a = 85 \cdot 0,5 = 42,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорения центров тяжести звеньев 1, 2 и 3 определим по теореме подобия:

$$a_{S1} = 0,5a_A = 0,5 \cdot 68,49 = 34,25 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S2} = \pi s_2 \cdot \mu_a = 85 \cdot 0,5 = 42,5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S3} = 0,5a_B = 0,5 \cdot 32,5 = 16,25 \text{ м/с}^2.$$

Определим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{74 \cdot 0,5}{0,25} = 148 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BE}^\tau}{l_{BE}} = \frac{n_3 b \cdot \mu_a}{l_{BE}} = \frac{0,8 \cdot 0,5}{0,25} = 1,6 \text{ с}^{-2}.$$

Угловые ускорения направлены в ту сторону, куда направлены соответствующие касательные ускорения. Ускорение \bar{a}_{BA}^τ направлено от точки n_2 к b (определяем по правилу сложения векторов), прикладываем мысленно это ускорение к точке B , получаем направление против часовой стрелки. Анало-

гично определяем для звена 3, ускорение \overline{a}_{BE}^{τ} (вектор $\overline{n_3 b}$) прикладываем к точке B , получаем направление ε_3 против часовой стрелки.

Пример решения задачи № 6

Схема механизма

Для схемы зубчатой передачи, приведенной на рис. 2.21, требуется определить:

- 1) передаточное отношение между входным и выходным звеньями и его знак (если их оси вращения параллельны);
- 2) угловую скорость и угловое ускорение выходного звена, их направления показать на схеме передачи;
- 3) время, в течение которого угловая скорость увеличится в два раза (если движения ускоренное) или уменьшится до нуля (если движение замедленное), число оборотов входного и выходного звеньев за это время;
- 4) общий коэффициент полезного действия передачи.

Дано:

$$z_1 = 12, z_2 = 24,$$

$$z_3 = 24, z_4 = 16,$$

$$z_4 = 15, z_5 = 25,$$

$$z_5 = 15, z_6 = 30,$$

$$z_7 = 75,$$

$$\omega_1 = 150 \text{ с}^{-1},$$

$$\varepsilon_1 = 30 \text{ с}^{-2}.$$

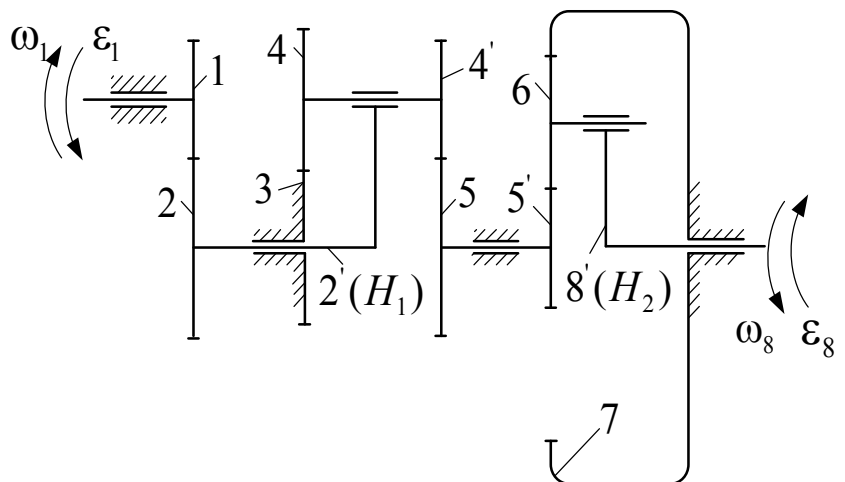


Рис. 2.21

Решение. Определим передаточное отношение. Данная зубчатая передача состоит из рядовой передачи, образованной зубчатыми колесами 1 и 2, и двух планетарных передач. Первая планетарная передача двухрядная, состоит из центральных колес 3, 5 (колесо 3 неподвижно), сателлитов 4, 4' и водила 2'(H₁). Вторая планетарная передача – однорядная, состоит из центральных колес 5', 7 (колесо 7 неподвижно), сателлита 6 и водила 8(H₂). Исходя из этого, общее передаточное представим в виде произведения передаточных отношений этих трех передач:

$$u_{18} = u_{12} \cdot u_{H_1 5}^{(3)} \cdot u_{5' H_2}^{(7)}, \quad (2.34)$$

где u_{12} – передаточное отношение рядовой передачи;

$u_{H_1 5}^{(3)}$ – передаточное отношение первой планетарной передачи (от водила H_1 к колесу 5);

$u_{5' H_2}^{(7)}$ – передаточное отношение второй планетарной передачи (от колеса 5' к водилу H_2).

Определим u_{12} :

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{24}{12} = -2. \quad (2.35)$$

Для определения передаточных отношений планетарных передач используем формулу Виллиса; при этом учтем то, каким звеном является водило – ведущим или ведомым. В первой планетарной передаче водило – ведущее, значит,

$$u_{H_1 5}^{(3)} = \frac{1}{u_{5 H_1}^{(3)}} = \frac{1}{1 - u_{53}^{(H_1)}}, \quad (2.36)$$

где $u_{53}^{(H_1)}$ – передаточное отношение обращенного механизма при неподвижном водиле H_1 . Оно определяется как передаточное отношение рядовой передачи:

$$u_{53}^{(H_1)} = u_{54'}^{(H_1)} \cdot u_{43}^{(H_1)} = \left(-\frac{z_{4'}}{z_5} \right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_4} \right) = \frac{z_{4'} \cdot z_3}{z_5 \cdot z_4} = \frac{15 \cdot 24}{25 \cdot 16} = 0,9. \quad (2.37)$$

Подставляя выражение (2.37) в зависимость (2.36), получаем

$$u_{H_1 5}^{(3)} = \frac{1}{1 - 0,9} = 10. \quad (2.38)$$

Во второй планетарной передаче водило ведомое, значит,

$$u_{5' H_2}^{(7)} = 1 - u_{5'7}^{(H_2)}, \quad (2.39)$$

где $u_{5'7}^{(H_2)}$ – передаточное отношение обращенного механизма при мысленно остановленном водиле H_2 . Оно определяется следующим образом:

$$u_{5'7}^{(H_2)} = u_{5'6}^{(H_2)} \cdot u_{67}^{(H_2)} = \left(-\frac{z_6}{z_{5'}} \right) \cdot \frac{z_7}{z_6} = -\frac{z_7}{z_{5'}} = -\frac{75}{15} = -5. \quad (2.40)$$

Подставляем (2.40) в выражение (2.39):

$$u_{5'H_2}^{(7)} = 1 - (-5) = 6. \quad (2.41)$$

Определяем передаточное отношение всей зубчатой передачи, подставляя полученные значения (2.35), (2.38), (2.41) в зависимость (2.34):

$$u_{18} = -2 \cdot 10 \cdot 6 = -120.$$

Передаточное отношение получилось со знаком минус; это означает, что ведущее звено 1 и ведомое звено 8 (водило H_2) вращаются в противоположных направлениях.

1. Определим угловую скорость и угловое ускорение выходного звена.

Как известно, угловые скорости и угловые ускорения ведущего и ведомого звеньев зубчатых передач связаны между собой зависимостью

$$u_{18} = \frac{\omega_1}{\omega_8} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_8}. \quad (2.42)$$

Из выражения (2.42) найдем ω_8 и ε_8 :

$$\omega_8 = \frac{\omega_1}{u_{18}} = \frac{150}{-120} = -1,25 \text{ с}^{-1};$$

$$\varepsilon_8 = \frac{\varepsilon_1}{u_{18}} = \frac{30}{-120} = -0,25 \text{ с}^{-2}.$$

Знак минус означает, что угловая скорость и угловое ускорение ведомого звена противоположны по направлению таковым ведущего звена.

2. Определим время, в течение которого угловая скорость ведущего звена уменьшится до нуля (для ведомого звена это время будет такое же).

Так как вращение ведущего звена равнозамедленное ($\varepsilon = \text{const}$), то для определения угловой скорости воспользуемся зависимостью

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t = 0,$$

отсюда

$$t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{\omega_{10}}{\varepsilon_1} = \frac{150}{30} = 5 \text{ с}.$$

Определим число оборотов ведущего и ведомого звеньев за время $t = 2 \text{ с}$. Для этого вначале определим угловые перемещения для этих звеньев:

$$\varphi_1 = \omega_{01}t - \frac{\varepsilon_1 t^2}{2} = 150 \cdot 5 - \frac{30 \cdot 5^2}{2} = 375 \text{ рад};$$

$$\varphi_8 = \omega_{08}t - \frac{\varepsilon_8 t^2}{2} = 1,25 \cdot 5 - \frac{0,25 \cdot 5^2}{2} = 3,13 \text{ рад},$$

где ω_{01} и ω_{08} – начальные угловые скорости.

Так как $\varphi = 2\pi n$, то отсюда определим числа оборотов валов 1 и 8:

$$N_1 = \frac{\varphi_1}{2\pi} = \frac{375}{2 \cdot 3,14} = 59,7 \text{ об},$$

$$N_8 = \frac{\varphi_8}{2\pi} = \frac{3,13}{2 \cdot 3,14} = 0,5 \text{ об}.$$

3. Найдем общий коэффициент полезного действия:

$$\eta = \eta_{12} \cdot \eta_{n1} \cdot \eta_{n2} = 0,97 \cdot 0,5 \cdot 0,96 = 0,47.$$